

BSMAT - S401

B.Sc. DEGREE EXAMINATION, APRIL - 2017

SECOND YEAR

MATHEMATICS

Real Analysis

(Semester - IV) (CBCS Pattern)

(w.e.f. 2015 - 2016 Admitted Batch)

Time : 3 hours

Max. Marks : 75

SECTION - A

I. Answer any five of the following: (5 × 5 = 25)

1. If $S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ prove that $\lim S_n = 0$.

$S_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ అయితే $\lim S_n = 0$ అని రుజువు చేయండి.

2. If $S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$, prove that

$\{S_n\}$ is convergent.

$S_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ అయితే, $\{S_n\}$

అనుక్రమం అభిసరిస్తుందని చూపండి.

BSMAT - S401

3. Test for convergence $1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots \text{ శ్రేణి స్వభావాన్ని చర్చించండి.}$$

4. Show that $f(x) = \cos x$ is continuous at every point in $\mathbb{R}$.

$f(x) = \cos x$ ప్రమేయం $\mathbb{R}$ లోని ప్రతి బిందువు వద్ద అవిచ్ఛిన్నమని చూపండి.

5. Discuss the continuity of $f(x) = \frac{xe^{1/x}}{1 + e^{1/x}}$ when $x \neq 0$ and $f(0) = 0$ at the origin.

$$f(x) = \frac{xe^{1/x}}{1 + e^{1/x}}, x \neq 0 \text{ మరియు } f(0) = 0 \text{ ప్రమేయం}$$

యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను మూలబిందువు వద్ద చర్చించండి.

BSMAT - S401

6. Examine the applicability of Rolle's theorem for

$$f(x) = 1 - (x-1)^{2/3} \text{ on } [0, 2]$$

$[0, 2]$ లో $f(x) = 1 - (x-1)^{2/3}$ ప్రమేయానికి రోలే సిద్ధాంత ప్రయోగాన్ని పరిశీలించుము.

7. Prove that $f(x) = x^2$ is integrable on $[0, a]$ and

$$\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3}$$

$[0, a]$ మీద $f(x) = x^2$ సమాకలనీయమనీ మరియు

$$\int_0^a x^2 dx = \frac{a^3}{3} \text{ అని నిరూపించుము.}$$

8. Show that $\sum_{r=1}^n \frac{n}{n^2 + r^2} = \frac{\pi}{4}$.

$$\sum_{r=1}^n \frac{n}{n^2 + r^2} = \frac{\pi}{4} \text{ అని చూపండి.}$$

BSMAT - S401

SECTION - B

II. Answer Any Five of the following: (5 x 10 = 50)

9. a) State and prove Sandwich theorem or Squeeze theorem.

శాండ్విచ్ లేక స్క్వీజ్ సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

- b) Prove that $S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ is convergent.

$S_n = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ అభిసరిస్తుందని నిరూపించండి.

OR

10. A monotone sequence is convergent if and only if it is bounded.

ఏకదిష్టానుక్రమం అభిసరిస్తుందని చూపండి.

11. State and prove D'Alembert's Test & Ratio test.

డి అలంబర్ట్ పరీక్ష లేదా నిష్పత్తి పరీక్షను నిర్వచించి నిరూపించండి.

OR

BSMAT - S401

12. a) Test for convergence $\sum \left(\frac{n+1}{2n+5} \right)^n$.

$\sum \left(\frac{n+1}{2n+5} \right)^n$ యొక్క అభిసరణతను పరీక్షించండి.

b) If $\sum u_n$ converges absolutely then $\sum u_n$ converges.

$\sum u_n$ సంపూర్ణ అభిసరణ శ్రేణి అయితే $\sum u_n$ అభిసరిస్తుంది.

13. a) Examine for continuity the function f defined by $f(x) = |x| + |x-1|$ at $x=0,1$

$x=0,1$ ల వద్ద $f(x) = |x| + |x-1|$ గా

నిర్వచించబడిన ప్రమేయం యొక్క అవిచ్ఛిన్నతను పరీక్షించండి.

b) Prove that $f(x) = x^2$ is uniformly continuous on $[-a, a]$.

$f(x) = x^2$ ప్రమేయం $[-a, a]$ అంతరం పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నమని నిరూపించండి.

OR

BSMAT - S401

14. If f is continuous on $[a, b]$ and $f(a), f(b)$ have opposite signs then there exists $c \in (a, b)$ such that $f(c) = 0$

f ప్రమేయం $[a, b]$ అంతరంలో అవిచ్ఛిన్నమై, $f(a), f(b)$ లకు వ్యతిరేక గుర్తులుంటే $f(c) = 0$ అయ్యేటట్టు $c \in (a, b)$ వ్యవస్థితం.

15. a) Discuss the applicability of Rolle's theorem for $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ on $[1, 3]$.

$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ప్రమేయానికి $[1, 3]$ అంతరంలో రోలే సిద్ధాంతాన్ని పరిశీలించండి.

- b) Using Lagrange's mean value theorem prove that $1 + x < e^x < 1 + xe^x$ for all $x > 0$.

లెగ్రాంజి మధ్యమూల సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి ప్రతి $x > 0$ కు $1 + x < e^x < 1 + xe^x$ అని నిరూపించండి.

OR

16. State and prove Cauchy mean value theorem.

కోషి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించండి.

BSMAT - S401

17. a) If $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ is continuous on $[a, b]$ then f is integrable on $[a, b]$.

f ప్రమేయం $[a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ మీద అవిచ్ఛిన్నమైతే $[a, b]$ మీద f సమాకలనీయం.

- b) Evaluate $\int_0^{\pi/4} (\sec^4 x - \tan^4 x) dx$.

$\int_0^{\pi/4} (\sec^4 x - \tan^4 x) dx$ ను సాధించండి.

OR

18. State and prove Fundamental theorem of Integral calculus.

సమాకలన మూల సిద్ధాంతాన్ని నిర్వచించి నిరూపించుము.

x x x